



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 28 februarie 2015

clasa a XII – a

Filiera tehnologică – Profil servicii, resurse naturale și protecția mediului – toate specializările  
profesionale

1. Fie mulțimea $Z_8 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}\}$
a) Se consideră $S$ suma soluțiilor ecuației $\hat{4}x + \hat{1} = \hat{1}$ și $P$ produsul elementelor inversabile din $Z_8$ în raport cu înmulțirea. Să se calculeze $S + P$ .
b) Determinați mulțimea valorilor funcției $f: Z_8 \rightarrow Z_8, f(x) = x^3 - x$ .
c) Determinați numărul elementelor mulțimii $H = \{x^{10} + \hat{1} \mid x \in Z_8\}$ .
2. Pe mulțimea numerelor raționale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(xy + x + y - 1), \forall x, y \in \mathbb{Q}.$ Notăm cu $H$ mulțimea numerelor întregi <i>impare</i> .
a) Să se arate că $x * y = \frac{1}{2}(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{Q}$ .
b) Să se arate că $x * y \in H, \forall x, y \in H$
c) Să se calculeze $\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de } n \text{ ori } x}, x \in \mathbb{Q}, \text{ unde } n \in \mathbb{N}^*.$
3. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ și $g(x) = 2\sqrt{x}(\ln x - 2)$
a) Demonstrați că funcția $g$ este o primitivă a funcției $f$ .
b) Calculați $\int_1^4 \frac{f(x)}{\ln x} dx$
c) Calculați $\int f(x) dx$
4. ) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x - x - 1$ . Admitem că $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .
a) Calculați $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx$ .
b) Demonstrați că $\int_0^1 e^{-x^2} dx \leq \frac{\pi}{4}$ .

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu note de la 0 la 7.

Țimp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse și selectate de către:

prof. Bojor Meda - Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare

prof. Podina Camelia - Liceul Teoretic „Emil Racoviță”, Baia Mare

SUCCES